



---

THEOREMSY / ТЕОРЕМЗИ

---

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

---

# Техника вычисления пределов

---

ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЯ

**Автор:**

Кулаго А. С., ММФ БГУ  
[andrejs.kulago@icloud.com](mailto:andrejs.kulago@icloud.com)

**Обновлено:**

07.07.2025

**Ресурс:**

<https://theoremsy.com>

2025, Минск

## Теоретическая сводка

Если  $a_n \rightarrow a$ ,  $n \rightarrow \infty$  и  $b_n \rightarrow b$ ,  $n \rightarrow \infty$ , то

- 1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \pm b_n) = a \pm b$ ,
- 2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = a \cdot b$ ,
- 3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (k \cdot b_n) = k \cdot a$ ,  $k \in \mathbb{R}$ ,
- 4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{a}{b}$  ( $b \neq 0$ ,  $\forall n \in \mathbb{N} : b_n \neq 0$ ).

Если  $c_n$  — ограниченная последовательность и  $d_n \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ , то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c_n \cdot d_n = 0.$$

Некоторые пределы, найденные по определению,

- |  |  |
|--|--|
| 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^\alpha} = 0$ , $\alpha > 0$ ,   | 6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[k]{k} = 1$ , $k > 0$ ,             |
| 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = 0$ , $ a  < 1$ ,   | 7) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$ ,                       |
| 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^\beta}{b^n}$ , $\beta \in \mathbb{R}$ , $ b  > 1$ ,                              | 8) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n!}} = 0$ ,            |
| 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\log_d n)^\gamma}{n^\delta}$ , $d > 1$ , $\gamma \in \mathbb{R}$ , $\delta > 0$ , | 9) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l^n}{n!} = 0$ , $l \in \mathbb{R}$ |
| 5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ ,  | 10) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n} = 0$ .                   |

## Решение задач

## Задача простая (5)



Вычислить предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-a)^n + b^n}{(-a)^{n+1} + b^{n+1}}, \quad 0 < a < b.$$

## Подсказка

Вынесите  $b^n$  и  $b^{n+1}$  из числителя и знаменателя соответственно.

Решение:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-a)^n + b^n}{(-a)^{n+1} + b^{n+1}} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b^n}{b^{n+1}} \cdot \frac{1 + \left(-\frac{a}{b}\right)^n}{1 + \left(-\frac{a}{b}\right)^{n+1}} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{b} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overbrace{1 + \left(-\frac{a}{b}\right)^n}^{\rightarrow 0}}{\underbrace{1 + \left(-\frac{a}{b}\right)^{n+1}}_{\rightarrow 0}} = \frac{1}{b}. \end{aligned}$$